ملخص قوانين هندسة تحليلية

معيار المتجه: $|\text{المعيار}| = \sqrt{س^2 + ص^2}$

تحويل الصورة القطبية (٥ ، ٦٠°) إلى إحداثية

(طول جتا زاوية ، طول جا زاوية)

تحويل الصورة الإحداثية (٢ ، ٧) إلى قطبية

الطول: $|\text{المعيار}| = \sqrt{س^2 + ص^2}$

الزاوية: $ظا\ \theta = \frac{ص}{س}$ مع مراعاة إشارة س ، ص

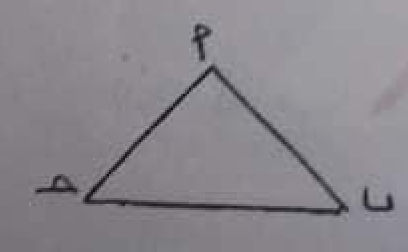
شرط توازي متجهين: $\frac{س_1}{س_2} = \frac{ص_1}{ص_2}$

شرط تعامد متجهين: $س_1 س_2 + ص_1 ص_2 = صفر$

المعكوس الجمعي $\overrightarrow{أب}$

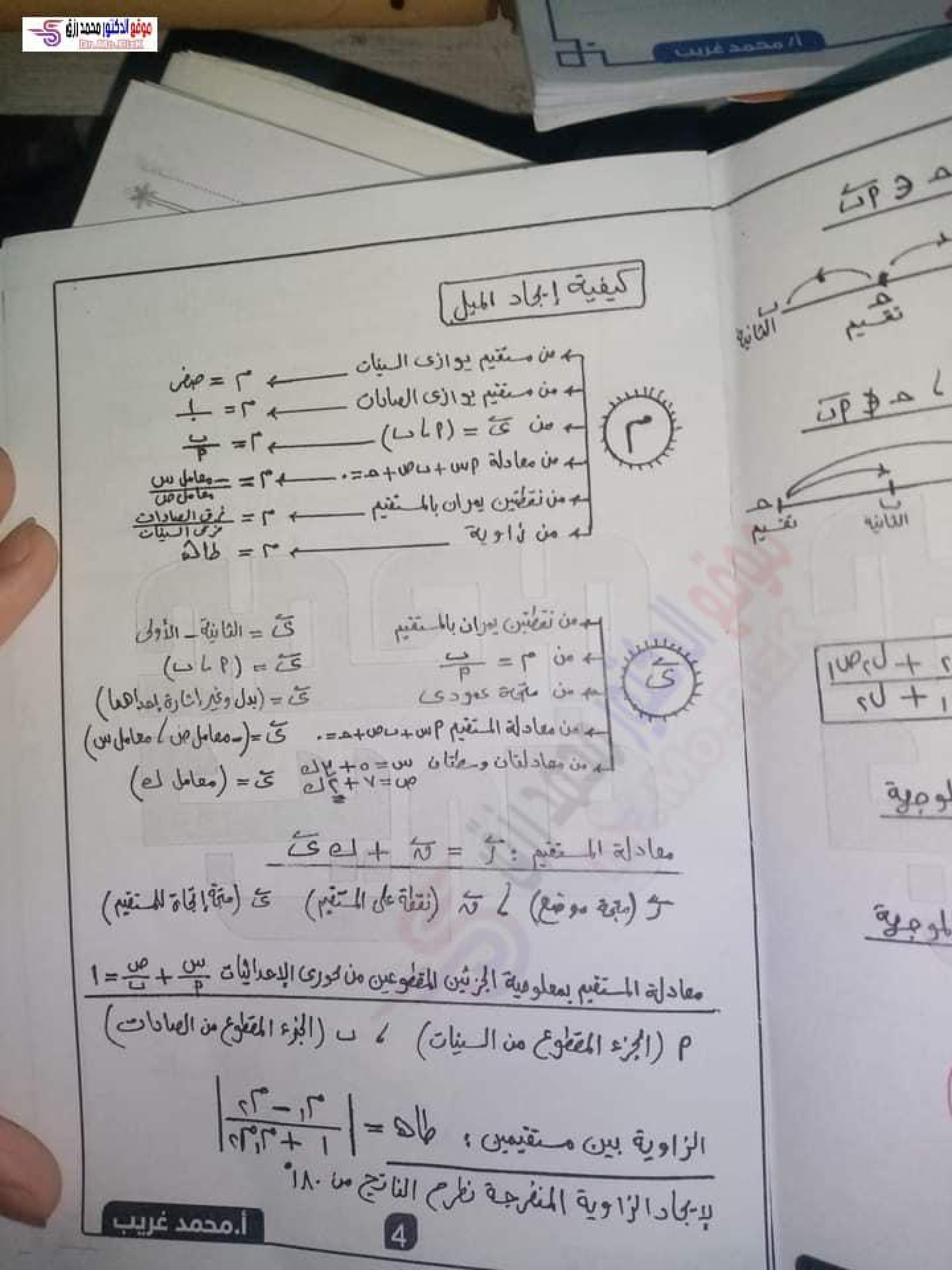
- نعكس الإشارة $-\overrightarrow{أب}$
- نعكس الاتجاه $\overrightarrow{ب أ}$

قاعدة المثلث لجمع متجهات



$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب ج} = \overrightarrow{أ ج}$

$\overrightarrow{ب ج} + \overrightarrow{ج أ} = \overrightarrow{ب أ}$



كيفية إيجاد الميل

م

- من مستقيم يوازي السينات ← م = صفر
- من مستقيم يوازي الصادات ← $م = \frac{1}{0}$
- من ى = (أ ، ب) ← $م = \frac{ب}{أ}$
- من معادلة أس + ب ص + جـ = ٠ ← $م = \frac{-معامل\ س}{معامل\ ص}$
- من نقطتين يمران بالمستقيم ← $م = \frac{فرق\ الصادات}{فرق\ السينات}$
- من زاوية ← م = ظا هـ

ى

- من نقطتين يمران بالمستقيم ← ى = الثانية − الأولى
- من $م = \frac{ب}{أ}$ ← ى = (أ ، ب)
- من متجه عمودي ← ى = (بدل وغير إشارة إحداهما)
- من معادلة المستقيم أس + ب ص + جـ = ٠ ← ى = (−معامل ص ، معامل س)
- من معادلتان وسيطتان س = ٥ + ٣ك ، ص = ٧ + ٢ك ← ى = (معامل ك)

معادلة المستقيم : ر = ن + ك ى

ر (متجه موضع) ، ن (نقطة على المستقيم) ، ى (متجه اتجاه المستقيم)

معادلة المستقيم بمعلومية الجزئين المقطوعين من محوري الإحداثيات $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = 1$

أ (الجزء المقطوع من السينات) ، ب (الجزء المقطوع من الصادات)

الزاوية بين مستقيمين : $ظا\ هـ = \left| \frac{م_1 - م_2}{1 + م_1 م_2} \right|$

لإيجاد الزاوية المنفرجة نطرح الناتج من ١٨٠°

لإيجاد طول العمود المرسوم من نقطة على مستقيم

نوجد نقطة ، معادلة كارتيزية أى بها س ، ص

(س ، ص)

$٩س + ب ص + حـ = ٠$

طول العمود = $\frac{|\text{المعادلة}|}{\sqrt{٩^٢ + ب^٢}}$ ثم نعوض بالنقطة

لإيجاد نقطة تقاطع مستقيمين

نحل المعادلتين جبرياً $٢س + ٢ص = ١$ ، $٤س + ص = ٥$ بالحاسبة MODE 5 2

ثانياً الجبر

نظم المصفوفة : عدد الصفوف × عدد الأعمدة

مدور المصفوفة : هو تحويل الصفوف إلى أعمدة

المصفوفة المتماثلة : حول القطر متساوى ، $٩ = ٩^{مد}$

مثال $٩ = \begin{pmatrix} ٨ & ٥ & ١ \\ ٧ & ٢ & ٥ \\ ٢ & ٧ & ٨ \end{pmatrix}$

المصفوفة شبة المتماثلة : حول القطر معاكيس ، القطر أصفار ، $٩ = -٩^{مد}$

مثال $٩ = \begin{pmatrix} ٥ & ٢- & ٠ \\ ٧- & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٧ & ٥- \end{pmatrix}$

إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

أوجد: أ + ب ، أ − ٢ب

الحل

$$أ + ب = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$أ - 2ب = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -6 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}$$

إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ فأوجد أب

الحل

$$أب = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-12+10 & 6-16+12 \\ 2+15+5 & 4+20+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 22 & 30 \end{pmatrix}$$

فك المحدد الثنائي:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 20 - 6 = -14$$

فك المحدد الثلاثي

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{vmatrix} = (6+16+45) - ([illegible]) = 67 - 62 = 5$$

مساحة المثلث بواسطة المحددات : نضيف عمود واحد ونتقدم

مساحة المثلث = $\frac{|\text{المحدد}|}{٢}$

لإثبات أن أي ثلاث نقط تقع على استقامة واحدة : نضيف عمود واحد

نثبت أن المحدد = صفر

** حل بطريقة كرامر المعادلتين : ٢س − ٢ص = ٥ ، ٢س + ٤ص = −١

الحل

معامل س	معامل ص	نواتج
٢	−٢	٥
٢	٤	−١

$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & -٢ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix} = ٨ + ٩ = ١٧$

$\Delta_س = \begin{vmatrix} ٥ & -٢ \\ -١ & ٤ \end{vmatrix} = ٢٠ - ٢ = ١٧$

$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = -٢ - ١٥ = -١٧$

$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{١٧}{١٧} = ١$ ، $ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{-١٧}{١٧} = -١$

مجموعة الحل = $\{(١ ، -١)\}$

المعكوس الضربي للمصفوفة : $أ^{-١} = \frac{١}{\Delta}$ (نبدل الرئيسي ونعكس إشارة الفرعي)

أوجد المعكوس الضربي للمصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & -٢ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$

الحل

$\Delta = ١٢ + ٢ = ١٤$

$$م^{-1} = \frac{1}{14}\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{14} & \frac{2}{14} \\ \frac{-1}{14} & \frac{2}{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{-1}{14} & \frac{2}{14} \end{pmatrix}$$

حل المعادلات الآتية باستخدام المصفوفات

٣س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ص = ٢

الحل

معاملات: $م = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

مجاهيل: $س = \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$

نواتج: $ج = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\Delta = 3 - 4 = -1$

$$م^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{س = م^{-1} ج}$$

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5+6 \\ 10-9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

س = ١ ، ص = ١

مجموعة الحل = {(١ ، ١)}

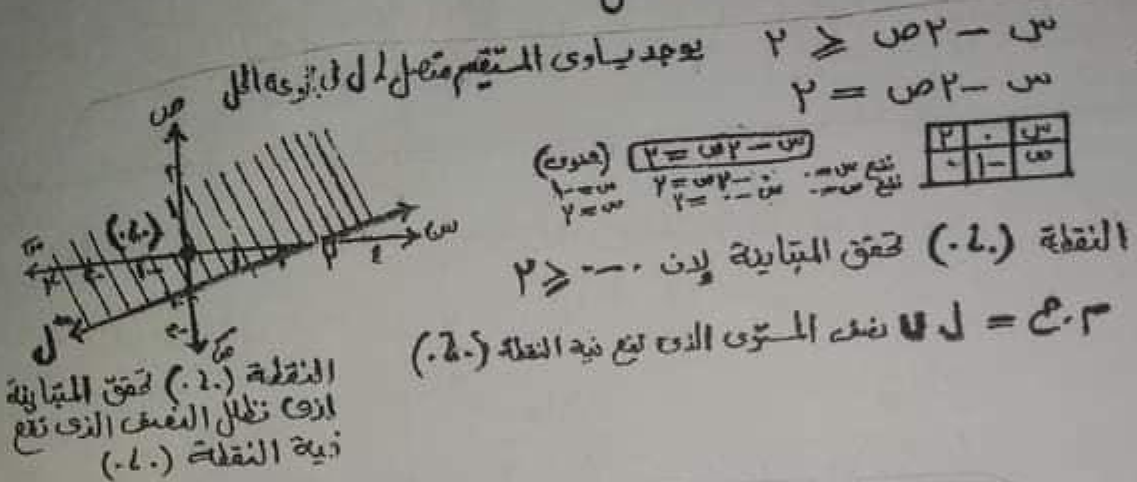
مثل بيانياً مجموعة الحل للمتباينة : س − ٢ص ≥ ٢ حيث س، ص ∈ ح

الحل

س − ٢ص ≥ ٢ يوجد ياوى المستقيم متصل لأن ل ∈ مجموعة الحل

س − ٢ص = ٢

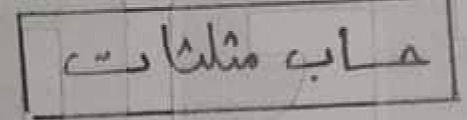
س	٠	٢
ص	−١	٠



النقطة (٠،٠) تحقق المتباينة لأن ٠ − ٠ ≥ ٢

م٣ = ل ∪ نصف المستوى الذي تقع فيه النقطة (٠،٠)

النقطة (٠،٠) تحقق المتباينة لذا نظلل النصف الذي تقع فيه النقطة (٠،٠)



حساب مثلثات

الدالة × مقلوبها = ١

حا²θ + حتا²θ = ١	حتاθ × قاθ = ١
١ + ظا²θ = قا²θ	حاθ × قتاθ = ١
١ + ظتا²θ = قتا²θ	ظاθ × ظتاθ = ١

قاθ = ١ / حتاθ

قتاθ = ١ / حاθ

ظاθ = حاθ / حتاθ

أوجد مجموعة الحل : ٢حاθ − √٣ = ٠

الحل

٢حاθ = √٣

حاθ = √٣ / ٢

٦٠

أول: θ = ٦٠

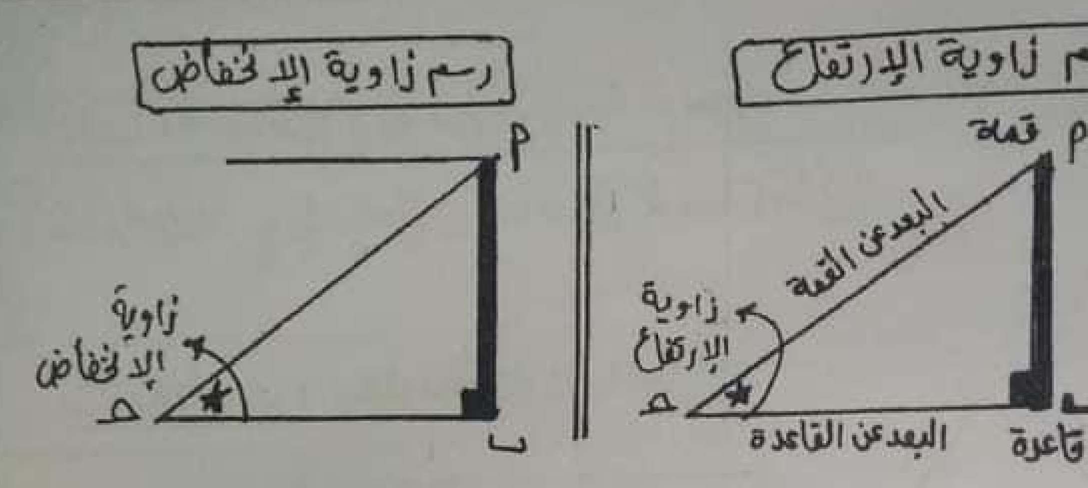
ثاني: θ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

(ددد) = √3/2 (sin) (SH:)

الكل — الزاوية | حا / قتا — ١٨٠ − الزاوية | ظا / ظتا — ١٨٠ + الزاوية | حتا / قا — ٣٦٠ − الزاوية

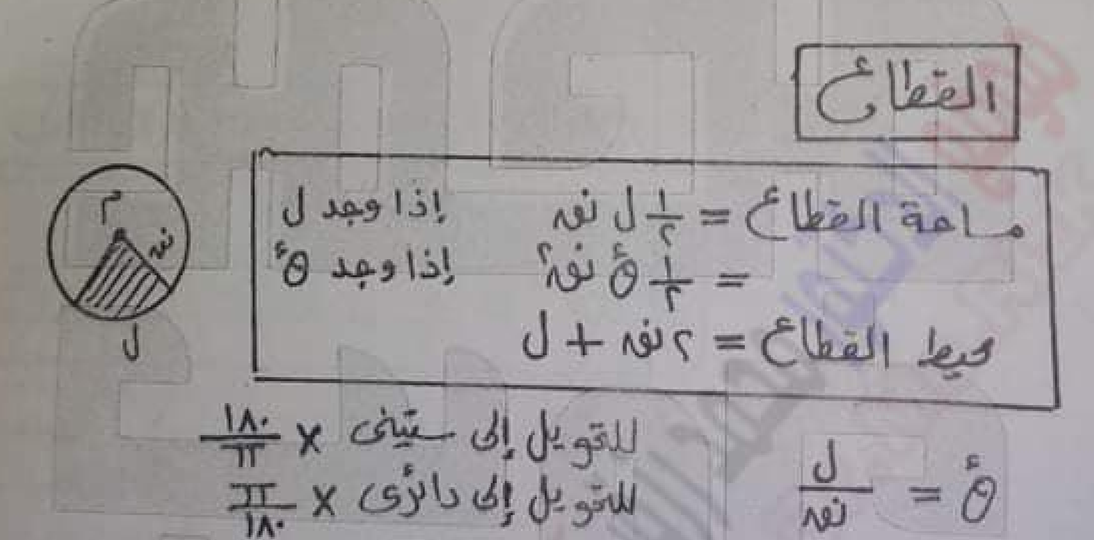
٩٠ ، ١٨٠ ، ٢٧٠ ، ٣٦٠ ، ٠





★ جـ هى زاوية الارتفاع أو الانخفاض ولإيجادها نختار حا ، حتا ، ظا

القطاع



مساحة القطاع $= \frac{1}{2}$ ل نق   إذا وجد ل

$= \frac{1}{2} \theta^{ء}$ نق^2 إذا وجد $\theta^{ء}$

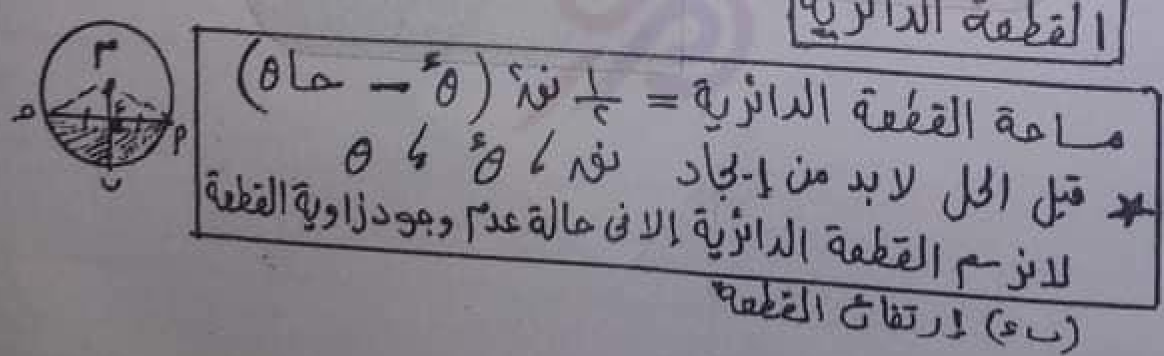
محيط القطاع = ٢نق + ل

$\theta^{ء} = \frac{ل}{نق}$

للتحويل إلى ستينى $\times \frac{180}{\pi}$

للتحويل إلى دائرى $\times \frac{\pi}{180}$

القطعة الدائرية

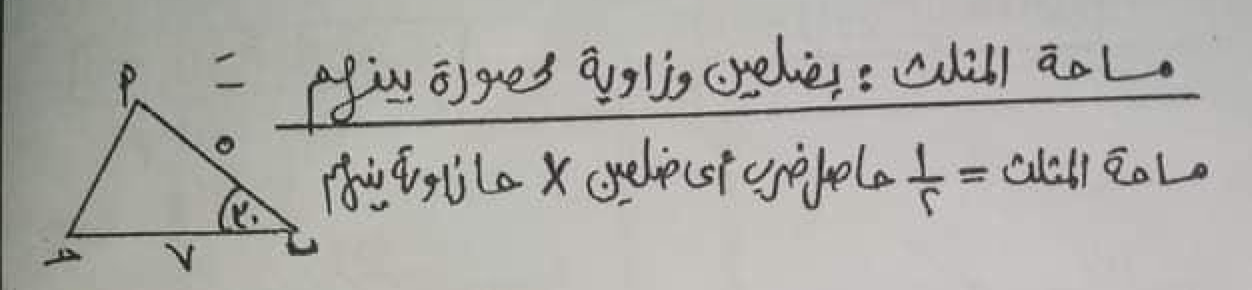


مساحة القطعة الدائرية $= \frac{1}{2}$ نق^2 $(\theta^{ء} -$ حا $\theta)$

★ قبل الحل لابد من إيجاد نق ، $\theta^{ء}$ ، θ

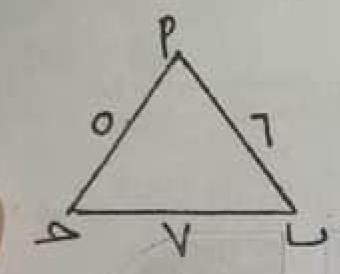
لا نرسم القطعة الدائرية إلا فى حالة عدم وجود زاوية القطعة

(ب ء) ارتفاع القطعة



مساحة المثلث : بضلعين وزاوية محصورة بينهم

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب أي ضلعين × جا زاوية بينهم



مساحة المثلث : بمعلومية ثلاثة أضلاع

مساحة المثلث = $\sqrt{ع\,(ع - أب)\,(ع - بجـ)\,(ع - أجـ)}$

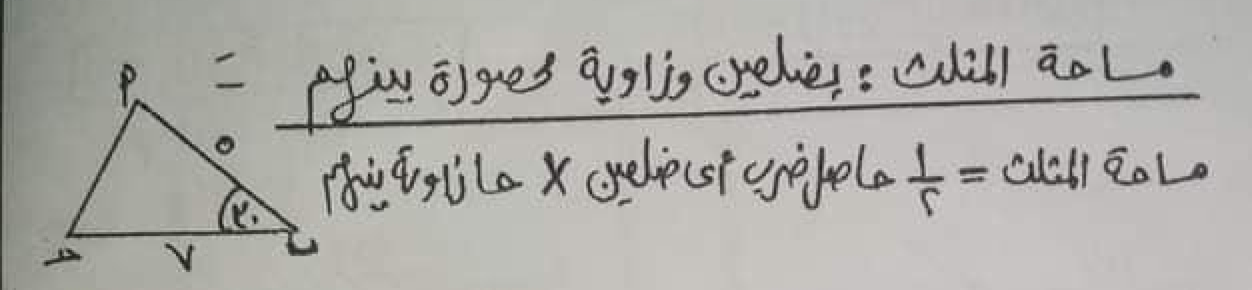
مساحة الشكل الرباعي = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جا زاوية بينهم

عدد الأضلاع

مساحة المضلع المنتظم = $\frac{ن}{٤}$ س² ظتا $\frac{\pi}{ن}$

حيث ن (عدد الأضلاع) ، س (طول ضلعه) ($\pi = ١٨٠$)

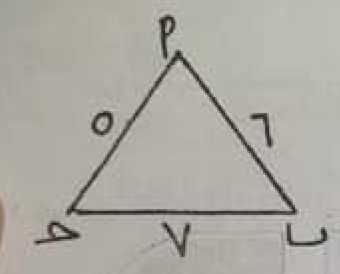
لإيجاد ظتا ٦٠ = $\frac{1}{ظا ٦٠}$ بالحاسبة $\frac{1}{\tan(60)}$



مساحة المثلث: بضلعين وزاوية محصورة بينهم

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب أي ضلعين × جا زاوية بينهم

مساحة المثلث: بمعلومية ثلاثة أضلاع



مساحة المثلث $= \sqrt{ع(ع-أب)(ع-بح)(ع-أح)}$

مساحة الشكل الرباعي $= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جا زاوية بينهم

عدد الأضلاع

مساحة المضلع المنتظم $= \frac{ن}{4}$ س² ظتا $\frac{\pi}{ن}$

حيث ن (عدد الأضلاع) ، س (طول ضلعه) $(\pi = 180)$

لإيجاد ظتا 60 $= \frac{1}{ظا 60}$ بالحاسبة $\frac{1}{\tan(60)}$